



Series €FGHE/C



Set-5

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65(B)**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित

(केवल दृष्टिबाधित परीक्षार्थियों के लिए)

MATHEMATICS

(FOR VISUALLY IMPAIRED CANDIDATES ONLY)

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
- Please check that this question paper contains 23 printed pages.
- Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains 38 questions.
- **Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.**
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.



सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं । सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ एवं ङ** ।
- (iii) **खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **एक-एक** अंक के प्रश्न हैं ।
- (iv) **खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय प्रकार के **दो-दो** अंकों के प्रश्न हैं ।
- (v) **खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय प्रकार के **तीन-तीन** अंकों के प्रश्न हैं ।
- (vi) **खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय प्रकार के **पाँच-पाँच** अंकों के प्रश्न हैं ।
- (vii) **खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** प्रकरण अध्ययन आधारित **चार-चार** अंकों के प्रश्न हैं ।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है ।

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

1. फलन $\sin^{-1}(2x)$ का प्रांत (domain) है :

(a) $[-1, 1]$

(b) $[0, 1]$

(c) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

(d) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$



General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*
- (ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*
- (iii) *In **Section A**, Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*
- (iv) *In **Section B**, Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*
- (v) *In **Section C**, Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*
- (vi) *In **Section D**, Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*
- (vii) *In **Section E**, Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*
- (viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*
- (ix) *Use of calculators is **not** allowed.*

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. The domain of the function $\sin^{-1}(2x)$ is :

(a) $[-1, 1]$

(b) $[0, 1]$

(c) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

(d) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$



2. यदि आव्यूह $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 \\ k+1 & 0 & 4 \\ -5 & k & 0 \end{bmatrix}$ एक विषम सममित आव्यूह है, तो k का मान है :

- (a) 4 (b) 2
(c) -2 (d) -4

3. यदि $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$ है, तो $|A|$ बराबर है :

- (a) 15 (b) -42
(c) 0 (d) 25

4. यदि $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ है तथा $A + A' = I$ है, तो α का मान है :

- (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{3}$
(c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{4}$

5. यदि A एक 2×3 आव्यूह है तथा B एक अन्य ऐसा आव्यूह है कि $A'B$ तथा BA' दोनों परिभाषित हैं, तो B की कोटि है :

- (a) 3×2 (b) 2×3
(c) 3×3 (d) 2×2

6. यदि $y = 3 \log \sqrt{\sin x}$ है, तो $x = \frac{\pi}{4}$ पर $\frac{dy}{dx}$ का मान है :

- (a) 3 (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{3}{2}$ (d) $-\frac{3}{2}$



2. If the matrix $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 \\ k+1 & 0 & 4 \\ -5 & k & 0 \end{bmatrix}$ is a skew symmetric matrix, then the value of k is :

- (a) 4 (b) 2
(c) -2 (d) -4

3. If $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$, then $|A|$ is equal to :

- (a) 15 (b) -42
(c) 0 (d) 25

4. If $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$, then the value of α is :

- (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{3}$
(c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{4}$

5. If A is a 2×3 matrix and B is another matrix such that both $A'B$ and BA' are defined, then order of B is :

- (a) 3×2 (b) 2×3
(c) 3×3 (d) 2×2

6. If $y = 3 \log \sqrt{\sin x}$, then $\frac{dy}{dx}$ at $x = \frac{\pi}{4}$ is :

- (a) 3 (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{3}{2}$ (d) $-\frac{3}{2}$



7. वह कोण θ , $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, जिसकी बढ़ने की दर उसके साइन (ज्या) की बढ़ने की दर की दुगुनी है, है :

- (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$
(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

8. k का वह मान जिसके लिए फलन f , जो कि :

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1, & \text{यदि } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{यदि } x > \pi \end{cases}$$

द्वारा प्रदत्त है, $x = \pi$ पर सतत है, है :

- (a) $\frac{2}{\pi}$ (b) $-\frac{\pi}{2}$
(c) $-\frac{2}{\pi}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

9. यदि $y = \sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$, $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ बराबर है :

- (a) 2 (b) $\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$
(c) $\frac{-2}{\sqrt{1-x^2}}$ (d) $\sqrt{1-x^2}$

10. एक गोलाकार बुलबुले की त्रिज्या r के सापेक्ष इसके आयतन के परिवर्तन की दर, जबकि $r = 3 \text{ cm}$ है, है :

- (a) $24 \pi \text{ cm}^3/\text{cm}$ (b) $36 \pi \text{ cm}^2/\text{cm}$
(c) $36 \pi \text{ cm}^3/\text{cm}$ (d) $24 \pi \text{ cm}^2/\text{cm}$



7. An angle θ , $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, which increases twice as fast as its sine, is :

- (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$
(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

8. The value of k for which the function f , given by

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1, & \text{if } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{if } x > \pi \end{cases}$$

is continuous at $x = \pi$, is :

- (a) $\frac{2}{\pi}$ (b) $-\frac{\pi}{2}$
(c) $-\frac{2}{\pi}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

9. If $y = \sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$, $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$, then $\frac{dy}{dx}$ is :

- (a) 2 (b) $\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$
(c) $\frac{-2}{\sqrt{1-x^2}}$ (d) $\sqrt{1-x^2}$

10. The rate of change of the volume of a spherical bubble with respect to its radius r at $r = 3$ cm is :

- (a) $24 \pi \text{ cm}^3/\text{cm}$ (b) $36 \pi \text{ cm}^2/\text{cm}$
(c) $36 \pi \text{ cm}^3/\text{cm}$ (d) $24 \pi \text{ cm}^2/\text{cm}$



11. $\int \cot^2 x \, dx$ बराबर है :

(a) $-\cot x + x + C$

(b) $-\cot x - x + C$

(c) $\cot x - x + C$

(d) $\cot x + x + C$

12. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{5 + 2x + x^2}$ का मान है :

(a) $\frac{\pi}{8}$

(b) $\frac{\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{6}$

(d) $\frac{\pi}{2}$

13. अवकल समीकरण $3x^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + 5 \frac{d^3y}{dx^3} + 9 = 0$ की कोटि तथा घात का योगफल है :

(a) 5

(b) 6

(c) 4

(d) 2

14. अवकल समीकरण $dy = y \tan x \, dx$; $y = 1$ जब $x = 0$, का एक विशिष्ट हल है :

(a) $y = 0$

(b) $y = 1 + \sec x$

(c) $y = \sec x$

(d) $y \cos x = 0$

15. यदि एक मात्रक सदिश \vec{a} , \hat{i} से $\frac{\pi}{3}$, \hat{j} से $\frac{\pi}{4}$ तथा \hat{k} से न्यूनकोण θ बनाता है, तो θ का मान है :

(a) $\frac{\pi}{3}$

(b) $\frac{\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{2}$

(d) $\frac{\pi}{6}$



11. $\int \cot^2 x \, dx$ equals :

- (a) $-\cot x + x + C$ (b) $-\cot x - x + C$
(c) $\cot x - x + C$ (d) $\cot x + x + C$

12. The value of $\int_{-1}^1 \frac{dx}{5 + 2x + x^2}$ is :

- (a) $\frac{\pi}{8}$ (b) $\frac{\pi}{4}$
(c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

13. The sum of the order and the degree of the differential equation

$$3x^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + 5 \frac{d^3y}{dx^3} + 9 = 0 \text{ is :}$$

- (a) 5 (b) 6
(c) 4 (d) 2

14. A particular solution of the differential equation $dy = y \tan x \, dx$; $y = 1$ when $x = 0$, is :

- (a) $y = 0$ (b) $y = 1 + \sec x$
(c) $y = \sec x$ (d) $y \cos x = 0$

15. If a unit vector \vec{a} makes angles $\frac{\pi}{3}$ with \hat{i} , $\frac{\pi}{4}$ with \hat{j} and an acute angle θ with \hat{k} , then the value of θ is :

- (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{4}$
(c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{6}$



16. दो बिंदुओं A तथा B के स्थिति सदिश क्रमशः $(2\vec{a} + \vec{b})$ तथा $(\vec{a} - 3\vec{b})$ हैं। बिंदु C जो कि AB को 1 : 2 में बाह्य रूप से बाँटता है, का स्थिति सदिश है :

- (a) $-3\vec{a} - 5\vec{b}$ (b) $-7\vec{b}$
(c) $\frac{1}{3}(5\vec{a} - \vec{b})$ (d) $(3\vec{a} + 5\vec{b})$

17. λ का वह मान, जिसके लिए, तीन बिंदु A, B तथा C जिनके स्थिति सदिश क्रमशः $(3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k})$, $(\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k})$ तथा $(-\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k})$ हैं, संरेख हैं, है :

- (a) 4 (b) 1
(c) 3 (d) 2

18. एक रेखा जिसके कार्तीय समीकरण $3x - 3 = 2y + 1 = 5 - 6z$ हैं, के दिक् अनुपात हैं :

- (a) 2, 3, -1 (b) 3, -2, 1
(c) 2, 1, -3 (d) 3, 2, -1

प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (a), (b), (c) और (d) में से चुनकर दीजिए।

- (a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।
(b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।
(c) अभिकथन (A) सही है और तर्क (R) ग़लत है।
(d) अभिकथन (A) ग़लत है और तर्क (R) सही है।



16. The position vectors of two points A and B are $(2\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - 3\vec{b})$ respectively. The position vector of a point C which divides AB externally in the ratio 1 : 2 is :
- (a) $-3\vec{a} - 5\vec{b}$ (b) $-7\vec{b}$
(c) $\frac{1}{3}(5\vec{a} - \vec{b})$ (d) $(3\vec{a} + 5\vec{b})$
17. The value of λ for which the points A, B and C having position vectors $(3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k})$, $(\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k})$ and $(-\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k})$ respectively are collinear, is :
- (a) 4 (b) 1
(c) 3 (d) 2
18. The direction ratios of a line whose Cartesian equations are $3x - 3 = 2y + 1 = 5 - 6z$, are :
- (a) 2, 3, -1 (b) 3, -2, 1
(c) 2, 1, -3 (d) 3, 2, -1

Questions number 19 and 20 are Assertion and Reason based questions carrying 1 mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (a), (b), (c) and (d) as given below.

- (a) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).
(b) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is **not** the correct explanation of the Assertion (A).
(c) Assertion (A) is true and Reason (R) is false.
(d) Assertion (A) is false and Reason (R) is true.



19. अभिकथन (A) : बिंदुओं (1, 2, 3) तथा (3, 0, 2) से होकर जाने वाली रेखा का सदिश समीकरण है $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k})$.
तर्क (R) : स्थिति सदिश \vec{a} तथा \vec{b} वाले बिंदुओं से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण है $\vec{r} = \vec{a} + \lambda(\vec{b} - \vec{a})$.
20. अभिकथन (A) : A तथा B दो स्वतंत्र घटनाएँ प्रदत्त हैं तथा $P(A) = 0.3$ तथा $P(B) = 0.6$ है, तो $P(A \text{ और नहीं } B) = 0.12$ है।
तर्क (R) : दो स्वतंत्र घटनाओं A तथा B के लिए
 $P(A \text{ और } B) = P(A) \cdot P(B)$.

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

21. (a) माना एक संबंध R, $R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N} \text{ और } x + 3y = 12\}$ द्वारा प्रदत्त है। R का प्रांत तथा परिसर ज्ञात कीजिए।

अथवा

- (b) दर्शाइए कि फलन $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4$ न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है।

22. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ को एक सममित तथा एक विषम सममित आव्यूह के योग के रूप में व्यक्त कीजिए।

23. यदि $y = x^x$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{y} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \frac{y}{x} = 0$.



19. *Assertion (A)* : The vector equation of a line passing through the points (1, 2, 3) and (3, 0, 2) is

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}).$$

Reason (R) : Equation of a line passing through two points with position vectors \vec{a} and \vec{b} is $\vec{r} = \vec{a} + \lambda(\vec{b} - \vec{a})$.

20. *Assertion (A)* : Given two independent events A and B such that $P(A) = 0.3$ and $P(B) = 0.6$, then $P(A \text{ and not } B) = 0.12$.

Reason (R) : For two independent events A and B, $P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B)$.

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) Let the relation R be given as

$R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N} \text{ and } x + 3y = 12\}$. Find the domain and range of R.

OR

- (b) Show that the function $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4$ is neither one-one nor onto.

22. Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric matrix and a skew-symmetric matrix.

23. If $y = x^x$, prove that $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{y} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \frac{y}{x} = 0$.



24. सदिश $\vec{a} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$ को दो ऐसे सदिशों के योग के रूप में व्यक्त कीजिए जिनमें से एक सदिश $\vec{b} = (3\hat{i} + \hat{k})$ के समांतर हो तथा दूसरा सदिश \vec{b} के लंबवत हो।

25. (a) $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+4}{2}$; $\frac{x-5}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{6}$ द्वारा दी गई रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

अथवा

(b) यदि रेखाएँ $\frac{x-1}{-3} = \frac{2y-2}{4k} = \frac{3-z}{-2}$ तथा $\frac{x-1}{3k} = \frac{3y-1}{6} = \frac{z-6}{-5}$ परस्पर लंबवत् हैं, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें प्रदत्त फलन $f(x) = \sin 3x$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ में

(a) वर्धमान है (b) हासमान है।

27. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x-5}{(x-2)^4} e^x dx$$



24. Express the vector $\vec{a} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$ as the sum of two vectors such that one is parallel to the vector $\vec{b} = (3\hat{i} + \hat{k})$ and the other is perpendicular to \vec{b} .

25. (a) Find the angle between the pair of lines given by

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+4}{2}; \frac{x-5}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{6}.$$

OR

(b) If the lines $\frac{x-1}{-3} = \frac{2y-2}{4k} = \frac{3-z}{-2}$ and

$\frac{x-1}{3k} = \frac{3y-1}{6} = \frac{z-6}{-5}$ are perpendicular to each other, find the value of k.

SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. Find the intervals in which the function given by

$f(x) = \sin 3x$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ is (a) increasing (b) decreasing.

27. Find :

$$\int \frac{x-5}{(x-2)^4} e^x dx$$



28. (a) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{2}{(1-x)(1+x^2)} dx$$

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए :

$$\int \sqrt{3-2x-x^2} dx$$

29. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^\pi \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$$

30. (a) अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} = y - x \tan \frac{y}{x}$ को हल कीजिए ।

अथवा

(b) अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} + y = x \cos x + \sin x$, का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ है ।

31. (a) A तथा B दो ऐसी घटनाएँ हैं कि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{7}{12}$ तथा $P(A \text{ नहीं या } B \text{ नहीं}) = \frac{1}{4}$ है । ज्ञात कीजिए कि क्या A तथा B (i) परस्पर अपवर्ती हैं (ii) स्वतंत्र घटनाएँ हैं ।

अथवा

(b) एक सिक्के को दो बार उछालने पर प्राप्त होने वाले पटों की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए ।



28. (a) Find :

$$\int \frac{2}{(1-x)(1+x^2)} dx$$

OR

(b) Find :

$$\int \sqrt{3-2x-x^2} dx$$

29. Evaluate :

$$\int_0^\pi \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$$

30. (a) Solve the differential equation $x \frac{dy}{dx} = y - x \tan \frac{y}{x}$.

OR

(b) Find the particular solution of the differential equation $x \frac{dy}{dx} + y = x \cos x + \sin x$; given $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

31. (a) Let A and B be the events such that $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{7}{12}$ and $P(\text{not A or not B}) = \frac{1}{4}$. Find whether A and B are
(i) mutually exclusive (ii) independent.

OR

(b) Find the mean of the number of tails in two tosses of a coin.



खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

32. (a) माना एक संबंध R , सभी वास्तविक संख्याओं के समुच्चय \mathbb{R} में $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ द्वारा परिभाषित है।

दर्शाए कि R न तो स्वतुल्य है, न ही सममित है और न ही संक्रामक है।

अथवा

(b) माना समुच्चय $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ है तथा $A \times A$ में एक संबंध R इस प्रकार परिभाषित है कि सभी (a, b) तथा $(c, d) \in A \times A$ के लिए $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$ है। सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है।

33. समाकलन के प्रयोग से, वक्र $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

34. रैखिक प्रोग्रामन समस्या :

$Z = 3x + 9y$ का व्यवरोधों $x + 3y \leq 60$, $x + y \geq 10$, $x \leq y$ तथा $x \geq 0$, $y \geq 0$ के अंतर्गत अधिकतमीकरण तथा न्यूनतमीकरण, आलेख द्वारा करने पर सुसंगत क्षेत्र ABCD के शीर्ष $A(0, 10)$, $B(5, 5)$, $C(15, 15)$ तथा $D(0, 20)$ आते हैं। वह बिंदु ज्ञात कीजिए जिन पर Z का अधिकतम तथा न्यूनतम मान आता है तथा यह मान भी ज्ञात कीजिए।

35. (a) दर्शाए कि रेखाएँ $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ तथा $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k} + \mu(\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$ परस्पर प्रतिच्छेदी नहीं है।

अथवा

(b) बिंदु $(3, -1, 11)$ से रेखा $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ पर खींचे गए लंब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। अतः इस लंब रेखा का समीकरण भी लिखिए।



SECTION D

This section comprises long answer (LA) type questions of 5 marks each.

- 32.** (a) Let R be a relation in \mathbb{R} , the set of all real numbers, defined by $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$.

Show that R is neither reflexive, nor symmetric and nor transitive.

OR

- (b) Let set $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ and R be a relation in $A \times A$, defined by $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$ for all (a, b) and $(c, d) \in A \times A$. Prove that R is an equivalence relation.

- 33.** Using integration, find the area enclosed by the curve

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

- 34.** While solving the linear programming problem Minimise and Maximise $Z = 3x + 9y$, subject to the constraints $x + 3y \leq 60$, $x + y \geq 10$, $x \leq y$ and $x \geq 0$, $y \geq 0$ graphically, the corner points of the feasible region ABCD are $A(0, 10)$, $B(5, 5)$, $C(15, 15)$ and $D(0, 20)$. Find the minimum value and the maximum value of Z along with the corresponding corner points.

- 35.** (a) Show that the lines $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k} + \mu(\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$ do not intersect.

OR

- (b) Find the coordinates of the foot of perpendicular drawn from the point $(3, -1, 11)$ to the line $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$. Hence, write the equation of this perpendicular line.



खण्ड ड

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. एक पेशेवर टाइपिस्ट जिसकी एक व्यस्त बाज़ार में दुकान है, ने 8 अंग्रेजी तथा 4 हिन्दी के पृष्ठ टाइप करने के ₹ 200 लिए जबकि 5 अंग्रेजी तथा 10 हिन्दी के पृष्ठ टाइप करने के ₹ 275 लिए।

उपर्युक्त जानकारी के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) यदि वह अंग्रेजी के एक पृष्ठ के ₹ x तथा हिन्दी के एक पृष्ठ के ₹ y लेता है, तो उपर्युक्त को रैखिक समीकरण युग्म के रूप में व्यक्त कीजिए। 1
- (ii) इन समीकरणों से एक आव्यूह समीकरण $AX = B$ के रूप में व्यक्त कीजिए। 1
- (iii) (a) $|A|$ ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

- (iii) (b) $(\text{adj } A)$ ज्ञात कीजिए। 2



SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

- 36.** A professional typist having his shop in a busy market charges ₹ 200 for typing 8 English and 4 Hindi pages, while he charges ₹ 275 for typing 5 English and 10 Hindi pages.

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) If he charges ₹ x for one page of English and ₹ y for one page of Hindi, express the above as a pair of linear equations. 1
- (ii) Express the information in terms of matrix equation $AX = B$. 1
- (iii) (a) Find $|A|$. 2

OR

- (iii) (b) Find $(\text{adj } A)$. 2



प्रकरण अध्ययन – 2

37. रविंद्र ने LED बल्ब बनाने की एक छोटी-सी फैक्टरी लगाई। वह x बल्बों को ₹ $(300 - x)$ प्रत्येक बल्ब के भाव बेच पाता है, जबकि x बल्बों का क्रय मूल्य ₹ $(2x^2 - 60x + 18)$ है।

उपर्युक्त जानकारी के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) x बल्ब बेचने में उसका लाभ फलन $P(x)$ ज्ञात कीजिए। 1
- (ii) $\frac{d}{dx} [P(x)]$ क्या है? 1
- (iii) (a) अधिकतम लाभ के लिए उसे कितने बल्ब बेचने होंगे? 2

अथवा

- (iii) (b) यदि उसे ₹ 18 की हानि हो रही है, तो वह कितने बल्ब बेच रहा है? 2

प्रकरण अध्ययन – 3

38. एक दुकानदार तीन प्रकार के फूलों के बीज A_1 , A_2 तथा A_3 बेच रहा है। यह बीज एक मिश्रण के रूप में बेचे जाते हैं जिनमें इन बीजों का क्रमशः अनुपात 4 : 4 : 2 हैं। इन बीजों के अंकुरित होने की दर क्रमशः 45%, 60% तथा 35% है।

उपर्युक्त जानकारी के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) एक यादृच्छया चुने गए बीज के अंकुरित होने की प्रायिकता क्या है? 2
- (ii) यदि यह दिया है कि यादृच्छया चुना गया बीज अंकुरित हुआ है, तो इसके A_1 प्रकार के होने की क्या प्रायिकता है? 2



Case Study – 2

- 37.** Ravindra started to run a small factory of manufacturing LED bulbs. He can sell x bulbs at a price of ₹ $(300 - x)$ each. The cost price of x bulbs is ₹ $(2x^2 - 60x + 18)$.

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) Find the profit function $P(x)$ for selling x bulbs. 1
- (ii) What is $\frac{d}{dx} [P(x)]$? 1
- (iii) (a) How many bulbs should he sell to earn maximum profit ? 2

OR

- (iii) (b) How many bulbs is he selling if he is incurring a loss of ₹ 18 ? 2

Case Study – 3

- 38.** A shopkeeper sells three types of flower seeds A_1 , A_2 and A_3 . They are sold as a mixture where the proportions are 4 : 4 : 2 respectively. The germination rates of the three types of seeds are 45%, 60% and 35%.

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) What is the probability of a randomly chosen seed to germinate ? 2
- (ii) What is the probability that the randomly selected seed is of type A_1 , given that it germinates ? 2



Series EF1GH/C



SET~1

रोल नं.							
Roll No.							

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/C/1**

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित

MATHEMATICS

*

निर्धारित समय : 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80

नोट / NOTE :

- (i) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं।
Please check that this question paper contains 23 printed pages.
- (ii) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- (iii) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
Please check that this question paper contains 38 questions.
- (iv) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.
- (v) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.





सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है – क, ख, ग, घ एवं ङ।
- (iii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित एक-एक अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के दो-दो अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के तीन-तीन अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के पाँच-पाँच अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) खण्ड ङ में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण अध्ययन आधारित चार-चार अंकों के प्रश्न हैं।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. यदि A, कोटि 3 का एक वर्ग आव्यूह है और $|A| = 6$ है, तो $|\text{adj } A|$ का मान है :

- | | |
|--------|---------|
| (a) 6 | (b) 36 |
| (c) 27 | (d) 216 |

2. $\int_0^{\pi/6} \sin 3x \, dx$ का मान है :

- | | |
|---------------------------|--------------------|
| (a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | (b) $-\frac{1}{3}$ |
| (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | (d) $\frac{1}{3}$ |





General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.
- (ii) This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.
- (iii) In **Section A**, Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.
- (iv) In **Section B**, Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.
- (v) In **Section C**, Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.
- (vi) In **Section D**, Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.
- (vii) In **Section E**, Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.
- (viii) There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.
- (ix) Use of calculators is **not** allowed.

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. If A is a square matrix of order 3 and $|A| = 6$, then the value of $|\text{adj } A|$ is :

- (a) 6
- (b) 36
- (c) 27
- (d) 216

2. The value of $\int_0^{\pi/6} \sin 3x \, dx$ is :

- (a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (b) $-\frac{1}{3}$
- (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (d) $\frac{1}{3}$





3. यदि \vec{a} , \vec{b} और $(\vec{a} + \vec{b})$ सभी मात्रक सदिश हैं और \vec{a} तथा \vec{b} के बीच का कोण θ है, तो θ का मान होगा :

- (a) $\frac{2\pi}{3}$ (b) $\frac{5\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

4. सदिश \hat{i} का सदिश $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ पर प्रक्षेप है :

- (a) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (b) $\sqrt{6}$ (c) $\frac{2}{\sqrt{6}}$ (d) $\frac{3}{\sqrt{6}}$

5. एक परिवार में 2 बच्चे हैं और बड़ा बच्चा एक लड़की है। दोनों बच्चों के लड़की होने की प्रायिकता है :

- (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{8}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{3}{4}$

6. रेखा $\frac{x+3}{3} = \frac{4-y}{2} = \frac{z+8}{6}$ के समांतर और बिंदु $(2, -4, 5)$ से गुजरने वाली रेखा का सदिश समीकरण है :

- (a) $\vec{r} = (-2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$
(b) $\vec{r} = (2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k})$
(c) $\vec{r} = (2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$
(d) $\vec{r} = (-2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} - 2\hat{j} - 6\hat{k})$

7. x के किस मान के लिए, सारणिक $\begin{vmatrix} 2x & -3 \\ 5 & x \end{vmatrix}$ और $\begin{vmatrix} 10 & 1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$ समान हैं ?

- (a) ± 3 (b) -3 (c) ± 2 (d) 2

8. आव्यूह $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ में दूसरी पंक्ति और तीसरे स्तम्भ में स्थित अवयव के सहखंड का मान है :

- (a) 5 (b) -5 (c) -11 (d) 11





3. If \vec{a} , \vec{b} and $(\vec{a} + \vec{b})$ are all unit vectors and θ is the angle between \vec{a} and \vec{b} , then the value of θ is :
- (a) $\frac{2\pi}{3}$ (b) $\frac{5\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{6}$
4. The projection of vector \hat{i} on the vector $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ is :
- (a) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (b) $\sqrt{6}$ (c) $\frac{2}{\sqrt{6}}$ (d) $\frac{3}{\sqrt{6}}$
5. A family has 2 children and the elder child is a girl. The probability that both children are girls is :
- (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{8}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{3}{4}$
6. The vector equation of a line which passes through the point $(2, -4, 5)$ and is parallel to the line $\frac{x+3}{3} = \frac{4-y}{2} = \frac{z+8}{6}$ is :
- (a) $\vec{r} = (-2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$
(b) $\vec{r} = (2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k})$
(c) $\vec{r} = (2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$
(d) $\vec{r} = (-2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} - 2\hat{j} - 6\hat{k})$
7. For which value of x , are the determinants $\begin{vmatrix} 2x & -3 \\ 5 & x \end{vmatrix}$ and $\begin{vmatrix} 10 & 1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$ equal ?
- (a) ± 3 (b) -3 (c) ± 2 (d) 2
8. The value of the cofactor of the element of second row and third column in the matrix $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ is :
- (a) 5 (b) -5 (c) -11 (d) 11





9. अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + x^4 = 0$ की कोटि और घात में अंतर है :
- (a) 1 (b) 2 (c) -1 (d) 0
10. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ और $A^2 = kA$ है, तो k का मान होगा :
- (a) 1 (b) -2 (c) 2 (d) -1
11. $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$ बराबर है :
- (a) $\tan x - \cot x + C$ (b) $-\cot x - \tan x + C$
(c) $\cot x + \tan x + C$ (d) $\tan x - \cot x - C$
12. अवकल समीकरण $(3x^2 + y) \frac{dx}{dy} = x$ का समाकलन गुणक है :
- (a) $\frac{1}{x}$ (b) $\frac{1}{x^2}$ (c) $\frac{2}{x}$ (d) $-\frac{1}{x}$
13. अर्ध-तल $2x + y - 4 \leq 0$ में स्थित बिंदु है :
- (a) (0, 8) (b) (1, 1)
(c) (5, 5) (d) (2, 2)
14. यदि $(\cos x)^y = (\cos y)^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ बराबर है :
- (a) $\frac{y \tan x + \log(\cos y)}{x \tan y - \log(\cos x)}$
(b) $\frac{x \tan y + \log(\cos x)}{y \tan x + \log(\cos y)}$
(c) $\frac{y \tan x - \log(\cos y)}{x \tan y - \log(\cos x)}$
(d) $\frac{y \tan x + \log(\cos y)}{x \tan y + \log(\cos x)}$





9. The difference of the order and the degree of the differential equation

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + x^4 = 0 \text{ is :}$$

- (a) 1 (b) 2 (c) -1 (d) 0

10. If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ and $A^2 = kA$, then the value of k is :

- (a) 1 (b) -2 (c) 2 (d) -1

11. $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$ is equal to

- (a) $\tan x - \cot x + C$ (b) $-\cot x - \tan x + C$
(c) $\cot x + \tan x + C$ (d) $\tan x - \cot x - C$

12. The integrating factor of the differential equation $(3x^2 + y) \frac{dx}{dy} = x$ is

- (a) $\frac{1}{x}$ (b) $\frac{1}{x^2}$ (c) $\frac{2}{x}$ (d) $-\frac{1}{x}$

13. The point which lies in the half-plane $2x + y - 4 \leq 0$ is :

- (a) (0, 8) (b) (1, 1)
(c) (5, 5) (d) (2, 2)

14. If $(\cos x)^y = (\cos y)^x$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to :

- (a) $\frac{y \tan x + \log (\cos y)}{x \tan y - \log (\cos x)}$
(b) $\frac{x \tan y + \log (\cos x)}{y \tan x + \log (\cos y)}$
(c) $\frac{y \tan x - \log (\cos y)}{x \tan y - \log (\cos x)}$
(d) $\frac{y \tan x + \log (\cos y)}{x \tan y + \log (\cos x)}$





15. यह दिया गया है कि $X \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ है। तो आव्यूह X है :

- (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
(c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

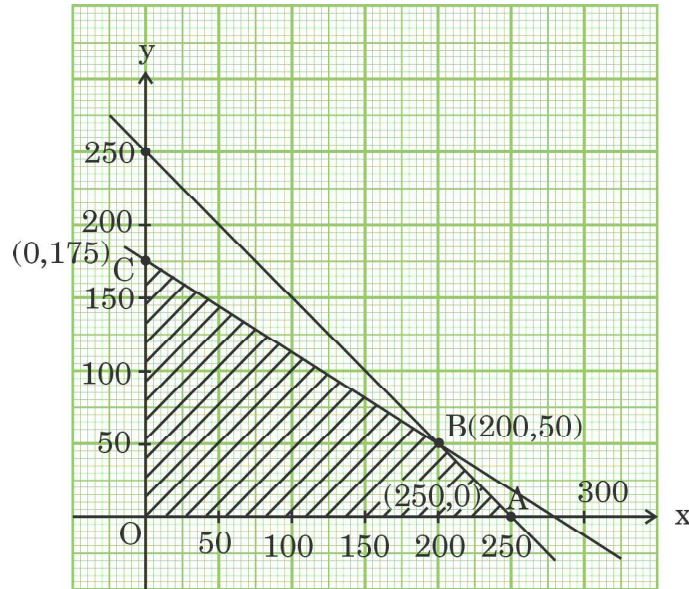
16. यदि ABCD एक समांतर चतुर्भुज है और AC तथा BD इसके विकर्ण हैं, तो $\vec{AC} + \vec{BD}$ है :

- (a) $2\vec{DA}$ (b) $2\vec{AB}$ (c) $2\vec{BC}$ (d) $2\vec{BD}$

17. यदि $x = a \cos \theta + b \sin \theta$, $y = a \sin \theta - b \cos \theta$ है, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सही है ?

- (a) $y^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 0$ (b) $y^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$
(c) $y^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = 0$ (d) $y^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - y = 0$

18. एक LPP के परिवर्द्ध सुसंगत क्षेत्र के कोणीय बिंदु $O(0, 0)$, $A(250, 0)$, $B(200, 50)$ और $C(0, 175)$ हैं। यदि उद्देश्य फलन $Z = 2ax + by$ का अधिकतम मान बिंदुओं $A(250, 0)$ और $B(200, 50)$ पर है, तो a और b के बीच का संबंध होगा :



- (a) $2a = b$ (b) $2a = 3b$ (c) $a = b$ (d) $a = 2b$





15. It is given that $X \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$. Then matrix X is :

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

16. If ABCD is a parallelogram and AC and BD are its diagonals, then $\vec{AC} + \vec{BD}$ is :

(a) $2\vec{DA}$

(b) $2\vec{AB}$

(c) $2\vec{BC}$

(d) $2\vec{BD}$

17. If $x = a \cos \theta + b \sin \theta$, $y = a \sin \theta - b \cos \theta$, then which one of the following is true ?

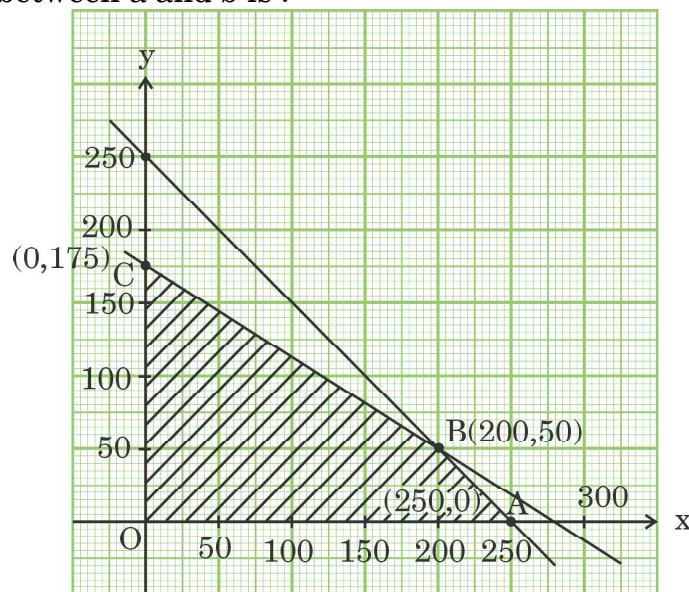
(a) $y^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 0$

(b) $y^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$

(c) $y^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = 0$

(d) $y^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - y = 0$

18. The corner points of the bounded feasible region of an LPP are $O(0, 0)$, $A(250, 0)$, $B(200, 50)$ and $C(0, 175)$. If the maximum value of the objective function $Z = 2ax + by$ occurs at the points $A(250, 0)$ and $B(200, 50)$, then the relation between a and b is :



(a) $2a = b$

(b) $2a = 3b$

(c) $a = b$

(d) $a = 2b$





प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (a), (b), (c) और (d) में से चुनकर दीजिए।

- (a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।
- (b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।
- (c) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है।
- (d) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है।

19. अभिकथन (A) : $\cot^{-1}(\sqrt{3})$ का मुख्य मान $\frac{\pi}{6}$ है।

तर्क (R) : $\cot^{-1} x$ का प्रांत $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ है।

20. अभिकथन (A) : शीर्षों A(0, 0, 0), B(3, 4, 5), C(8, 8, 8) और D(5, 4, 3) से बना चतुर्भुज एक समचतुर्भुज है।

तर्क (R) : ABCD एक समचतुर्भुज है, यदि $AB = BC = CD = DA$, $AC \neq BD$ है।

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

21. यदि तीन शून्येतर सदिश \vec{a} , \vec{b} और \vec{c} ऐसे हैं कि $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ और $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ है, तो दर्शाइए कि $\vec{b} = \vec{c}$ ।

22. (क) सरल कीजिए :

$$\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right)$$

अथवा

(ख) सिद्ध कीजिए कि $f(x) = [x]$ द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है।





Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions carrying 1 mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (a), (b), (c) and (d) as given below.

- (a) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).
- (b) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is **not** the correct explanation of the Assertion (A).
- (c) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.
- (d) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. Assertion (A) : The principal value of $\cot^{-1}(\sqrt{3})$ is $\frac{\pi}{6}$.

Reason (R) : Domain of $\cot^{-1} x$ is $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$.

20. Assertion (A) : Quadrilateral formed by vertices A(0, 0, 0), B(3, 4, 5), C(8, 8, 8) and D(5, 4, 3) is a rhombus.

Reason (R) : ABCD is a rhombus if $AB = BC = CD = DA$, $AC \neq BD$.

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. If three non-zero vectors are \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} such that $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ and $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$, then show that $\vec{b} = \vec{c}$.

22. (a) Simplify :

$$\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right)$$

OR

(b) Prove that the greatest integer function $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, given by $f(x) = [x]$, is neither one-one nor onto.





23. फलन f इस प्रकार परिभाषित है

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 2, & \text{यदि } x < 2 \\ k, & \text{यदि } x = 2 \\ 3x, & \text{यदि } x > 2 \end{cases}$$

k का वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए फलन f , $x = 2$ पर संतत है।

24. वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 15$, निरंतर वर्धमान है।

25. (क) यदि \vec{a} , \vec{b} और \vec{c} तीन सदिश इस प्रकार हैं कि $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 24$, $|\vec{c}| = 25$ और $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ है, तो $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) यदि एक रेखा x -अक्ष, y -अक्ष और z -अक्ष के साथ क्रमशः α , β और γ कोण बनाती है, तो सिद्ध कीजिए कि $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$ है।

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{x \sin x \cos x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^3 (|x-1| + |x-2|) dx$$





23. Function f is defined as

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 2, & \text{if } x < 2 \\ k, & \text{if } x = 2 \\ 3x, & \text{if } x > 2 \end{cases}$$

Find the value of k for which the function f is continuous at $x = 2$.

24. Find the intervals in which the function $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 15$, is strictly increasing.

25. (a) If \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} are three vectors such that $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 24$, $|\vec{c}| = 25$ and $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, then find the value of $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$.

OR

(b) If a line makes angles α , β and γ with x -axis, y -axis and z -axis respectively, then prove that $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$.

SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. (a) Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{x \sin x \cos x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$$

OR

(b) Evaluate :

$$\int_1^3 (|x-1| + |x-2|) dx$$





27. (क) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि जब $x = 0$ है, तो $y = 1$ है।

अथवा

- (ख) अवकल समीकरण $(1 + x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{1 + x^2}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि जब $x = 1$ है, तो $y = 0$ है।
28. (क) दो थैलों में से थैले A में 2 सफ़ेद और 3 लाल गेंदें हैं और थैले B में 4 सफ़ेद और 5 लाल गेंदें हैं। यादृच्छया एक गेंद को एक थैले में से निकाला गया और पाया गया कि यह लाल है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इसे थैले B में से निकाला गया था।

अथवा

- (ख) 50 व्यक्तियों के समूह में से 20 सदैव सच बोलते हैं। इस समूह में से यादृच्छया 2 व्यक्तियों को चुना गया (बिना प्रतिस्थापना के)। चुने गए उन व्यक्तियों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए जो सदैव सच बोलते हैं।

29. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{\cos \theta}{\sqrt{3 - 3 \sin \theta - \cos^2 \theta}} d\theta$$

30. निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत,

$z = 3x + 8y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$3x + 4y \geq 8$$

$$5x + 2y \geq 11$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

31. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{2x^2 + 1}{x^2(x^2 + 4)} dx$$





27. (a) Find the particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2 + y^2}$, given that $y = 1$ when $x = 0$.

OR

- (b) Find the particular solution of the differential equation $(1 + x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{1 + x^2}$, given that $y = 0$ when $x = 1$.

28. (a) Out of two bags, bag A contains 2 white and 3 red balls and bag B contains 4 white and 5 red balls. One ball is drawn at random from one of the bags and is found to be red. Find the probability that it was drawn from bag B.

OR

- (b) Out of a group of 50 people, 20 always speak the truth. Two persons are selected at random from the group (without replacement). Find the probability distribution of number of selected persons who always speak the truth.

29. Find :

$$\int \frac{\cos \theta}{\sqrt{3 - 3 \sin \theta - \cos^2 \theta}} d\theta$$

30. Solve the following Linear Programming Problem graphically :

Minimise $z = 3x + 8y$

subject to the constraints

$$3x + 4y \geq 8$$

$$5x + 2y \geq 11$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

31. Find :

$$\int \frac{2x^2 + 1}{x^2(x^2 + 4)} dx$$





खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

32. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए, अतः निम्नलिखित रैखिक

समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$3x + 2y + z = 2000$$

$$4x + y + 3z = 2500$$

$$x + y + z = 900$$

33. (क) दर्शाइए कि रेखाएँ $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$ और $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{5}$ प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं। इनका प्रतिच्छेदन बिन्दु भी ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) रेखा युग्मों $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z$ और $\frac{x+1}{5} = \frac{y-2}{1}$; $z = 2$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

34. त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल समाकलन विधि के प्रयोग से ज्ञात कीजिए जो कि रेखाओं जिनके समीकरण $5x - 2y - 10 = 0$, $x - y - 9 = 0$ और $3x - 4y - 6 = 0$ हैं, से घिरा हुआ है।

35. (क) दर्शाइए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय \mathbb{R} में

$$S = \{(a, b) : a \leq b^3, a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}\}$$

द्वारा परिभाषित संबंध S न तो स्वतुल्य है, न सममित है और न ही संक्रामक है।

अथवा

(ख) माना कि समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ में संबंध R इस प्रकार परिभाषित है

$R = \{(a, b) : a \text{ और } b \text{ दोनों या तो विषम हैं या सम हैं}\}$ दर्शाइए कि R एक तुल्यता संबंध है। अतः, तुल्यता वर्ग [1] के अवयव ज्ञात कीजिए।





SECTION D

This section comprises long answer type questions (LA) of 5 marks each.

32. If matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, find A^{-1} and hence solve the following

system of linear equations :

$$3x + 2y + z = 2000$$

$$4x + y + 3z = 2500$$

$$x + y + z = 900$$

33. (a) Show that the lines $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$ and $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{5}$ intersect. Also find their point of intersection.

OR

(b) Find the shortest distance between the pair of lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z$ and $\frac{x+1}{5} = \frac{y-2}{1}; z = 2$.

34. Find the area of the triangle ABC bounded by the lines represented by the equations $5x - 2y - 10 = 0$, $x - y - 9 = 0$ and $3x - 4y - 6 = 0$, using integration method.

35. (a) Show that the relation S in set \mathbb{R} of real numbers defined by

$$S = \{(a, b) : a \leq b^3, a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}\}$$

is neither reflexive, nor symmetric, nor transitive.

OR

(b) Let R be the relation defined in the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ by $R = \{(a, b) : \text{both } a \text{ and } b \text{ are either odd or even}\}$. Show that R is an equivalence relation. Hence, find the elements of equivalence class [1].





खण्ड ड

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं ।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. एक समूह क्रियाकलाप की कक्षा में 10 विद्यार्थी हैं जिनकी आयु 16, 17, 15, 14, 19, 17, 16, 19, 16 और 15 वर्ष हैं । एक विद्यार्थी को यादृच्छया इस प्रकार चुना गया कि प्रत्येक विद्यार्थी के चुने जाने की संभावना समान है और चुने गए विद्यार्थी की आयु को लिखा गया ।



उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुने गए विद्यार्थी की आयु एक भाज्य संख्या है । 1
- (ii) माना X चुने हुए विद्यार्थी की आयु है, तो X का क्या मान हो सकता है ? 1
- (iii) (क) यादृच्छया चर X का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए तथा माध्य आयु ज्ञात कीजिए । 2

अथवा

- (iii) (ख) एक यादृच्छया चुने गए विद्यार्थी की आयु 15 वर्ष से अधिक पाई गई । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि उसकी आयु एक अभाज्य संख्या है । 2





SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. In a group activity class, there are 10 students whose ages are 16, 17, 15, 14, 19, 17, 16, 19, 16 and 15 years. One student is selected at random such that each has equal chance of being chosen and age of the student is recorded.



On the basis of the above information, answer the following questions :

- (i) Find the probability that the age of the selected student is a composite number. 1
- (ii) Let X be the age of the selected student. What can be the value of X ? 1
- (iii) (a) Find the probability distribution of random variable X and hence find the mean age. 2

OR

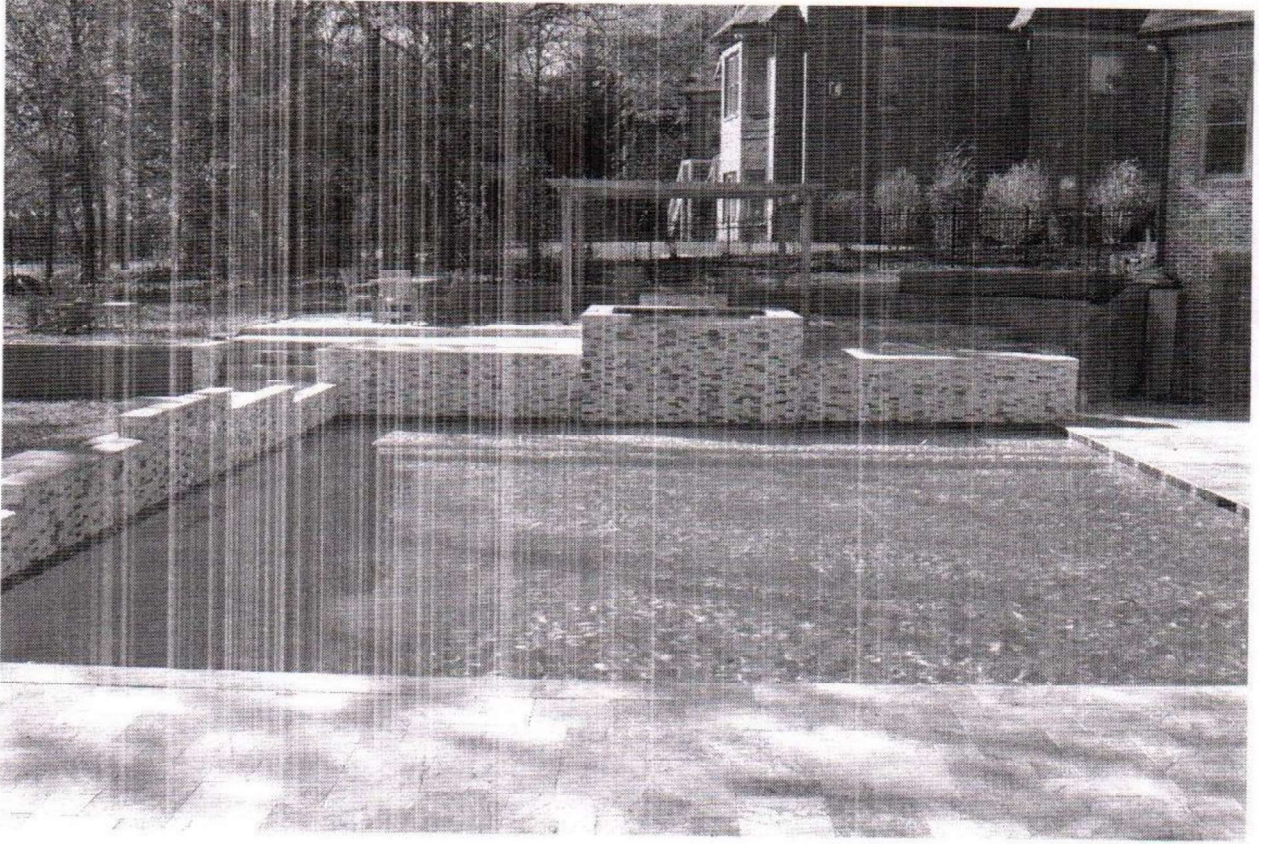
- (iii) (b) A student was selected at random and his age was found to be greater than 15 years. Find the probability that his age is a prime number. 2





प्रकरण अध्ययन - 2

37. एक हाउसिंग सोसाइटी अपने निवासियों के लिए तैराकी हेतु एक पूल (तालाब) बनाना चाहती है। इसके लिए उन्हें एक वर्गाकार भूमि खरीदनी है और इस गहराई तक खोदना है कि इस पूल की क्षमता 250 घन मीटर हो जाए। भूमि की कीमत ₹ 500 प्रति वर्ग मीटर है। खोदने की कीमत में गहराई की अधिकता के अनुसार वृद्धि होती जाती है तथा पूरे पूल की लागत ₹ 4000 (गहराई)² है।



मान लीजिए कि वर्गाकार प्लॉट की भुजा x मीटर और गहराई h मीटर है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) लागत फलन $C(h)$ को h के पदों में लिखिए। 1
- (ii) क्रांतिक बिंदु ज्ञात कीजिए। 1
- (iii) (क) द्वितीय अवकलज परीक्षण द्वारा h का वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए पूल बनाने की लागत न्यूनतम हो। पूल बनाने की न्यूनतम लागत क्या है? 2

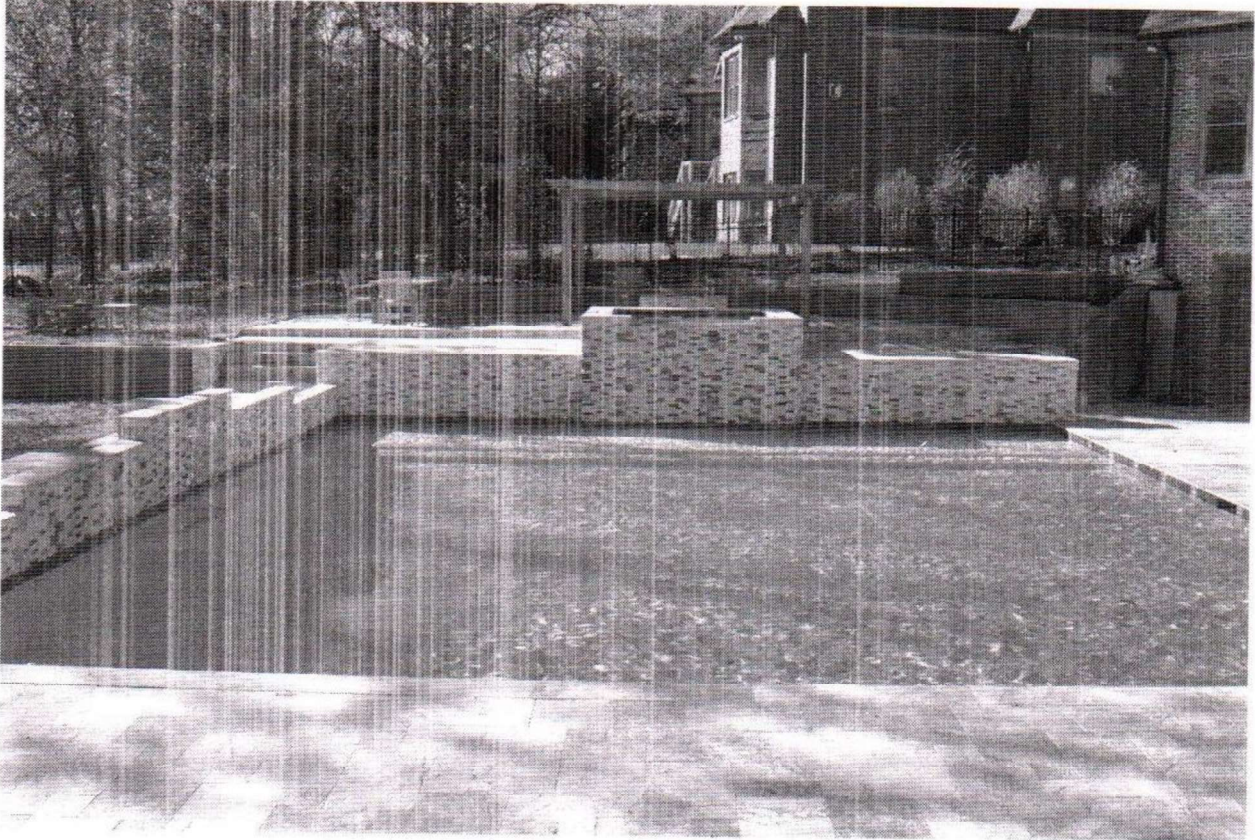
अथवा





Case Study – 2

37. A housing society wants to commission a swimming pool for its residents. For this, they have to purchase a square piece of land and dig this to such a depth that its capacity is 250 cubic metres. Cost of land is ₹ 500 per square metre. The cost of digging increases with the depth and cost for the whole pool is ₹ $4000(\text{depth})^2$.



Suppose the side of the square plot is x metres and depth is h metres.

On the basis of the above information, answer the following questions :

- (i) Write cost $C(h)$ as a function in terms of h . 1
- (ii) Find critical point. 1
- (iii) (a) Use second derivative test to find the value of h for which cost of constructing the pool is minimum. What is the minimum cost of construction of the pool ? 2

OR





- (iii) (ख) प्रथम अवकलज परीक्षण से पूल की ऐसी गहराई ज्ञात कीजिए कि पूल बनाने की लागत न्यूनतम हो। न्यूनतम लागत के लिए x और h के बीच का संबंध भी ज्ञात कीजिए।

2

प्रकरण अध्ययन – 3

38. एक कृषि संस्थान में, वैज्ञानिक बीजों की किस्मों को अलग-अलग वातावरणों में उगाने का प्रयोग करते हैं जिससे कि स्वस्थ पौधे उगें और अधिक उपज प्राप्त हो।

एक वैज्ञानिक ने अवलोकन किया कि एक विशेष बीज अंकुरित होने के बाद बहुत तेज़ी से बढ़ रहा है। उसने बीज के अंकुरण के बाद से ही पौधे की वृद्धि को रिकॉर्ड किया था और उसने कहा कि इस वृद्धि को फलन $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 15x + 2$, $0 \leq x \leq 10$ से परिभाषित किया जा सकता है, जहाँ x दिनों की वह संख्या है जिनमें पौधा सूर्य के प्रकाश से उजागर था।



उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) इस फलन $f(x)$ के क्रांतिक बिंदु कौन-से हैं ?
- (ii) द्वितीय अवकलज परीक्षण का प्रयोग करके, फलन का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

2

2





- (iii) (b) Use first derivative test to find the depth of the pool so that cost of construction is minimum. Also, find relation between x and h for minimum cost.

2

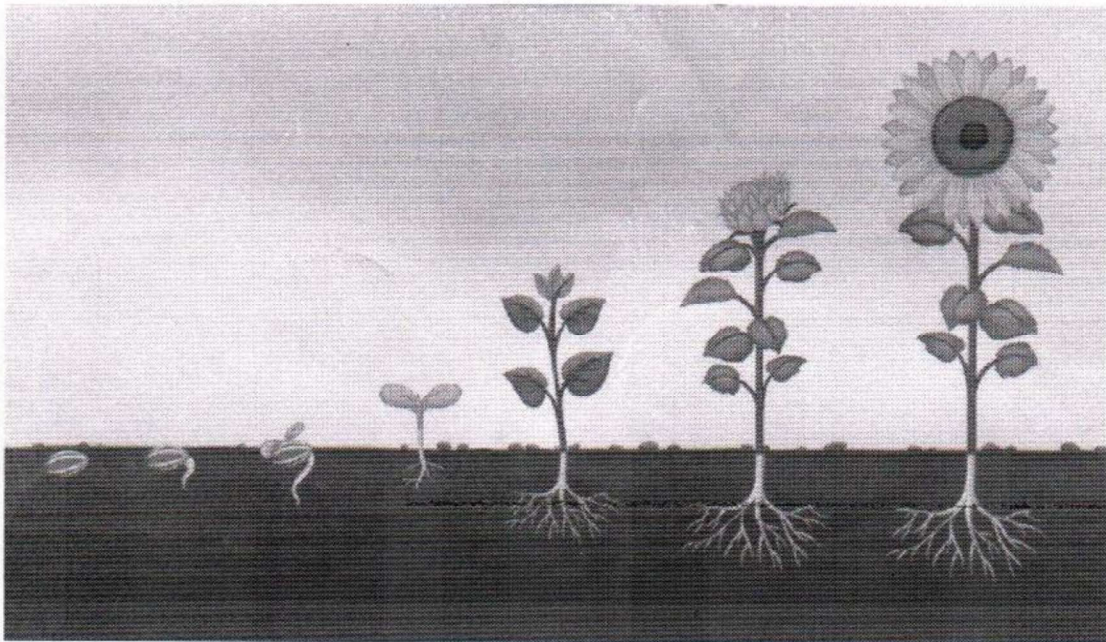
Case Study – 3

38. In an agricultural institute, scientists do experiments with varieties of seeds to grow them in different environments to produce healthy plants and get more yield.

A scientist observed that a particular seed grew very fast after germination. He had recorded growth of plant since germination and he said that its growth can be defined by the function

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 15x + 2, \quad 0 \leq x \leq 10$$

where x is the number of days the plant is exposed to sunlight.



On the basis of the above information, answer the following questions :

- (i) What are the critical points of the function $f(x)$?
- (ii) Using second derivative test, find the minimum value of the function.

2

2





Series EF1GH/C



SET~4

रोल नं.							
Roll No.							

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code

465

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

व्यावहारिक गणित APPLIED MATHEMATICS

*

निर्धारित समय : 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80

नोट / NOTE :

- (i) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं।
Please check that this question paper contains 23 printed pages.
- (ii) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- (iii) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
Please check that this question paper contains 38 questions.
- (iv) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.
- (v) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.



सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है – क, ख, ग, घ एवं ङ।
- (iii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित एक-एक अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के दो-दो अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के तीन-तीन अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के पाँच-पाँच अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) खण्ड ङ में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण अध्ययन आधारित चार-चार अंकों के प्रश्न हैं।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 2 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. यदि $100 \equiv x \pmod{7}$ है, तो x का न्यूनतम धनात्मक मान है :
 - (a) 6
 - (b) 4
 - (c) 3
 - (d) 2
2. 1 किलोमीटर की एक दौड़ में A, B को 50 m अथवा 10 सेकंड से पीछे छोड़ देता है। A द्वारा दौड़ पूरी करने में लिया गया कुल समय है :
 - (a) 90 सेकंड
 - (b) 120 सेकंड
 - (c) 190 सेकंड
 - (d) 200 सेकंड





General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.
- (ii) This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.
- (iii) In **Section A**, Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.
- (iv) In **Section B**, Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.
- (v) In **Section C**, Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.
- (vi) In **Section D**, Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.
- (vii) In **Section E**, Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.
- (viii) There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 2 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.
- (ix) Use of calculators is **not** allowed.

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

- 1. If $100 \equiv x \pmod{7}$, then the least positive value of x is :
 - (a) 6
 - (b) 4
 - (c) 3
 - (d) 2

- 2. In a kilometre race, A beats B by 50 metres or 10 seconds. The time taken by A to complete the race is :
 - (a) 90 seconds
 - (b) 120 seconds
 - (c) 190 seconds
 - (d) 200 seconds





3. एक व्यक्ति एक नाव को धारा के अनुकूल 32 km ले जाने में अथवा धारा के प्रतिकूल 14 km ले जाने में, प्रत्येक दशा में 6 घंटे लेता है, तो धारा की चाल है :
- (a) 2 km/h (b) 1.5 km/h
(c) 2.5 km/h (d) 2.25 km/h
4. यदि $-3x + 17 < -13$ है, तो :
- (a) $x \in (10, \infty)$ (b) $x \in [10, \infty)$
(c) $x \in (-\infty, 10]$ (d) $x \in [-10, 10]$
5. A तथा B दो ऐसे आव्यूह हैं कि $AB = A$ और $BA = B$ है, तो B^2 बराबर है :
- (a) B (b) A
(c) I (d) O
6. यदि $A = \begin{bmatrix} 5 & x \\ y & 0 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है, तो :
- (a) $x = 0, y = 5$ (b) $x = 5, y = 0$
(c) $x = y$ (d) $x + y = 0$
7. x का वह मान जिसके लिए बिंदु (2, -1), (-3, 4) तथा (x, 5) संरेख हैं, है
- (a) -4 (b) 4
(c) 2 (d) -2





3. If a man rows 32 km downstream and 14 km upstream in 6 hours each, then the speed of the stream is :
- (a) 2 km/h (b) 1.5 km/h
(c) 2.5 km/h (d) 2.25 km/h
4. If $-3x + 17 < -13$, then :
- (a) $x \in (10, \infty)$ (b) $x \in [10, \infty)$
(c) $x \in (-\infty, 10]$ (d) $x \in [-10, 10]$
5. If A and B are two matrices such that $AB = A$ and $BA = B$, then B^2 is equal to :
- (a) B (b) A
(c) I (d) O
6. If $A = \begin{bmatrix} 5 & x \\ y & 0 \end{bmatrix}$ is a symmetric matrix, then :
- (a) $x = 0, y = 5$ (b) $x = 5, y = 0$
(c) $x = y$ (d) $x + y = 0$
7. The value of x for which the points (2, -1), (-3, 4) and (x, 5) are collinear, is :
- (a) -4 (b) 4
(c) 2 (d) -2





8. यदि $x + y = 8$ है, तो xy का अधिकतम मान है :

- (a) 12 (b) 16
(c) 20 (d) 24

9. फलन $f(x) = x^x$, $x > 0$, जिस अंतराल में हासमान है, वह है :

- (a) $(-\infty, e)$ (b) $(0, e)$
(c) $\left(0, \frac{1}{e}\right)$ (d) $\left[\frac{1}{e}, \infty\right)$

10. $\int \frac{1}{x + x \log x} dx$ बराबर है :

- (a) $1 + \log x + C$ (b) $x + \log x + C$
(c) $x \log (1 + \log x) + C$ (d) $\log (1 + \log x) + C$

11. यदि आपूर्ति फलन $p = 4 + x$ है, तो 12 इकाइयों की बिक्री पर उत्पादक का अधिशेष है :

- (a) 72 (b) 64
(c) 76 (d) 46

12. वक्र कुल $y = Ae^{3x} + Be^{-3x}$ के संगत बने अवकल समीकरण की कोटि है :

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4





8. If $x + y = 8$, then the maximum value of xy is :
- (a) 12 (b) 16
(c) 20 (d) 24
9. The function $f(x) = x^x$, $x > 0$ is decreasing in the interval :
- (a) $(-\infty, e)$ (b) $(0, e)$
(c) $\left(0, \frac{1}{e}\right)$ (d) $\left[\frac{1}{e}, \infty\right)$
10. $\int \frac{1}{x + x \log x} dx$ is equal to :
- (a) $1 + \log x + C$ (b) $x + \log x + C$
(c) $x \log (1 + \log x) + C$ (d) $\log (1 + \log x) + C$
11. If the supply function is $p = 4 + x$, then the producer's surplus when 12 units are sold, is :
- (a) 72 (b) 64
(c) 76 (d) 46
12. The order of the differential equation corresponding to family of curves $y = Ae^{3x} + Be^{-3x}$ is :
- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4





13. यदि प्वासों बंटन का माध्य 'm' है, तो $P(r = 0)$ है :
- (a) e^{-m} (b) e^m
(c) e (d) m^{-e}
14. प्रसामान्य बंटन जिसके प्रति सममित है, वह है :
- (a) प्रसरण (b) मानक विचलन
(c) माध्य (d) सह-प्रसरण
15. एक विद्यार्थी के t-test के लिए, परीक्षा आँकड़ा t निम्न द्वारा प्रदत्त है :
- (a) $t = \bar{x} - \mu$ (b) $t = \frac{\bar{x}}{s}$
(c) $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s}$ (d) $t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n-1}}}$
16. दिए गए मानों 15, 23, 28, 36, 41, 46 के लिए 3-वर्षीय मूविंग एवरेज हैं :
- (a) 24, 29, 35, 41 (b) 22, 28, 35, 41
(c) 22, 29, 35, 41 (d) 24, 28, 35, 41
17. अंकित ब्याज दर 8% वार्षिक, जो प्रति तिमाही संयोजित होती है, जिस प्रभावी ब्याज दर के तुल्य है, वह है : $[(1.02)^4 = 1.0824$ लीजिए]
- (a) 8.16% (b) 7.95%
(c) 8.24% (d) 8.5%
18. व्यवरोधों $x \leq 3, y \leq 2, x \geq 0, y \geq 0$ के अंतर्गत फलन $z = 7x + 5y$, का अधिकतम मान है :
- (a) 21 (b) 10
(c) 31 (d) 37





13. If 'm' is the mean of Poisson distribution, then $P(r = 0)$ is given by :
- (a) e^{-m} (b) e^m
(c) e (d) m^{-e}
14. Normal distribution is symmetric about :
- (a) variance (b) standard deviation
(c) mean (d) covariance
15. For a student's t-test, the test statistic t is given by :
- (a) $t = \bar{x} - \mu$ (b) $t = \frac{\bar{x}}{s}$
(c) $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s}$ (d) $t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n-1}}}$
16. For the given values 15, 23, 28, 36, 41, 46, the 3-yearly moving averages are :
- (a) 24, 29, 35, 41 (b) 22, 28, 35, 41
(c) 22, 29, 35, 41 (d) 24, 28, 35, 41
17. The effective rate of return which is equivalent to nominal rate of 8% p.a. compounded quarterly is : [Given $(1.02)^4 = 1.0824$]
- (a) 8.16% (b) 7.95%
(c) 8.24% (d) 8.5%
18. The maximum value of the function $z = 7x + 5y$, subject to constraints $x \leq 3, y \leq 2, x \geq 0, y \geq 0$, is :
- (a) 21 (b) 10
(c) 31 (d) 37





प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (a), (b), (c) और (d) में से चुनकर दीजिए।

- (a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।
- (b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।
- (c) अभिकथन (A) सही है परन्तु तर्क (R) ग़लत है।
- (d) अभिकथन (A) ग़लत है परन्तु तर्क (R) सही है।

19. अभिकथन (A) : वक्र $y = 2x^2 - 5x$ के अभिलंब की $x = -1$ पर प्रवणता -1 है।

तर्क (R) : वक्र $y = f(x)$ के अभिलंब की बिंदु (α, β) पर प्रवणता $(x - \alpha) + \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(\alpha, \beta)} \cdot (y - \beta) = 0$ है।

20. अभिकथन (A) : यदि A कोटि 3 का एक वर्ग आव्यूह है और $|\text{adj } A| = 144$ है, तो $|A|$ का मान ± 12 है।

तर्क (R) : यदि A एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है जिसकी कोटि n है, तो $|\text{adj } A| = |A|^{n-1}$.

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

21. (क) असमिका $\frac{3}{5}x - \frac{2x - 1}{3} > 1, x \in W$ का हल ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) असमिका $-\frac{2}{3} < -\frac{x}{3} + 1 \leq \frac{2}{3}, x \in R$ का हल ज्ञात कीजिए।





Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions carrying 1 mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (a), (b), (c) and (d) as given below.

- (a) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).
- (b) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is **not** the correct explanation of the Assertion (A).
- (c) Assertion (A) is true but Reason (R) is false.
- (d) Assertion (A) is false but Reason (R) is true.

19. Assertion (A) : The slope of the normal to the curve $y = 2x^2 - 5x$ at $x = -1$ is -1 .

Reason (R) : The slope of the normal to the curve $y = f(x)$ at point (α, β) is given by $(x - \alpha) + \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(\alpha, \beta)} \cdot (y - \beta) = 0$.

20. Assertion (A) : If A is a square matrix of order 3 such that $|\text{adj } A| = 144$, then the value of $|A|$ is ± 12 .

Reason (R) : If A is an invertible matrix of order n, then $|\text{adj } A| = |A|^{n-1}$.

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) Solve the inequality :

$$\frac{3}{5}x - \frac{2x - 1}{3} > 1, x \in W$$

OR

(b) Solve the inequality :

$$-\frac{2}{3} < -\frac{x}{3} + 1 \leq \frac{2}{3}, x \in R$$





22. आव्यूह $\begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ को एक सममित तथा एक विषम-सममित आव्यूह के योग के रूप में लिखिए।

23. (क) यह दिया है कि एक कंपनी द्वारा बनाए गए पेंचों में से 2% खराब होते हैं। प्वासों बंटन के प्रयोग से प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि 100 पेंचों के एक पैकिट में कोई भी खराब पेंच न हो।
(दिया है $e^{-2} = 0.14$)

अथवा

(ख) यदि किसी प्वासों चर X का मानक विचलन $\sqrt{3}$ है, तो $P(X > 0)$ ज्ञात कीजिए।
[$e^{-3} = 0.05$ लीजिए]

24. हर छः मास के अंत में ₹ 1000 के क्रमागत भुगतान, जो उसी प्रकार चलते रहें, का वर्तमान मूल्य ज्ञात कीजिए जबकि पूँजी पर 8% वार्षिक दर से प्रति छःमाही ब्याज लगता है।

25. एक मशीन, जो दो वर्ष पहले खरीदी गयी थी, का प्रतिवर्ष 10% वार्षिक दर से अवमूल्यन होता है। यदि इसका वर्तमान मूल्य ₹ 97,200 है, तो :

- इसका 3 वर्ष बाद का मूल्य ज्ञात कीजिए;
- इस का वह मूल्य, जब यह खरीदी गई थी, ज्ञात कीजिए।

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. निम्नलिखित को एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में बदलें:

एक छोटी फर्म सोने की अंगूठी तथा चेन बनाती है। एक दिन में बनने वाली अंगूठियों तथा चेनों की अधिकतम संख्या 24 है। एक अंगूठी बनाने में 1 घंटा तथा एक चेन बनाने में 30 मिनट लगते हैं। एक दिन में अधिकतम 16 घंटे उपलब्ध हैं। यदि एक अंगूठी पर ₹ 300 तथा एक चेन पर ₹ 190 का लाभ होता है, तो अधिकतम लाभ के लिए प्रतिदिन में बनाई जाने वाले अंगूठियों तथा चेनों की संख्या ज्ञात कीजिए।





22. Write the matrix $\begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ as a sum of a symmetric and a skew symmetric matrix.

23. (a) It is given that 2% of screws manufactured by a company are defective. Using Poisson distribution, find the probability that a packet of 100 screws contains no defective screw.

(Given : $e^{-2} = 0.14$)

OR

(b) If the standard deviation of a Poisson variable X is $\sqrt{3}$, then find $P(X > 0)$. [Use : $e^{-3} = 0.05$]

24. Find the present value of a sequence of payments of ₹ 1000 made at the end of every 6 months and continuing forever, if money is worth 8% per annum compounded semi-annually.

25. The value of a machine purchased two years ago, depreciates at the annual rate of 10%. If its present value is ₹ 97,200, find.

(i) its value after 3 years;

(ii) its value when it was purchased.

SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. Formulate the following problem as an LPP :

A small firm manufactures gold rings and chains. The total number of rings and chains manufactured per day is at most 24. It takes 1 hour to make a ring and 30 minutes to make a chain. The maximum number of hours available per day is 16. If the profit on a ring is ₹ 300 and that on a chain is ₹ 190, find the number of rings and chains that should be manufactured per day, so as to earn the maximum profit.





27. एक व्यक्ति एक नाव को स्थिर जल में 5 किमी प्रति घंटे की चाल से चला सकता है। उसे धारा के प्रतिकूल जाने में धारा के अनुकूल जाने से तीन गुना समय लगता है। धारा की चाल ज्ञात कीजिए।
28. एक बर्तन में 50 लीटर जूस है। इसमें से 5 लीटर जूस निकाल कर उसकी जगह 5 लीटर पानी डाल दिया जाता है। यह क्रिया और चार बार दोहराई जाती है। अंतिम प्रतिस्थापना के बाद बर्तन में कितना जूस बचा है? $[(0.9)^5 = 0.59049$ लीजिए]

अथवा

1000 मीटर की एक दौड़ में A, B तथा C को क्रमशः सोना, चांदी तथा ब्रॉज के मैडल मिलते हैं। यदि A, B को 100 मीटर से हराता है तथा B, C को 100 मीटर से हराता है, तो A ने C को कितने मीटर से हराया ?

29. एक अनभिनत सिक्का 9 बार उछाला गया। निम्न के प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए :
- पूरे पाँच बार पट आना
 - कम से कम पाँच बार पट आना
 - अधिकतम पाँच बार पट आना

अथवा

माना एक यादृच्छया चुने गए दिन में एक व्यक्ति द्वारा टेलीविजन देखने में लगाए गए घंटों की संख्या X है। X के द्वारा प्राप्त मानों x_i की प्रायिकताएँ निम्न रूप में हैं, जहाँ k एक अज्ञात अचर है।

$$P(X = x_i) = \begin{cases} 0.2, & \text{यदि } x_i = 0 \\ kx_i, & \text{यदि } x_i = 1 \text{ अथवा } 2 \\ k(5 - x_i), & \text{यदि } x_i = 3 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

- k का मान ज्ञात कीजिए।
- $P(X = 2)$, $P(X \geq 2)$ तथा $P(X \leq 2)$ ज्ञात कीजिए।





27. A person can row a boat at 5 km/h in still water. It takes him thrice as long to row upstream as to row downstream. Find the rate at which the stream is flowing.
28. A container has 50 litres of juice in it. 5 litres of juice is taken out and is replaced by 5 litres of water. This process is repeated four more times. What is the amount of juice left in the container after final replacement ?
[Take $(0.9)^5 = 0.59049$]

OR

In a 1000-metre race, A, B and C get Gold, Silver and Bronze medals respectively. If A beats B by 100 metres and B beats C by 100 metres, then by how many metres does A beat C ?

29. A fair coin is tossed 9 times. Find the probability of getting.
- (i) exactly 5 tails;
 - (ii) at least 5 tails;
 - (iii) at most 5 tails.

OR

Let X denote the number of hours a person watches T.V. during a randomly selected day. The probability that X can take the values x_i , has the following form, where k is some unknown constant.

$$P(X = x_i) = \begin{cases} 0.2, & \text{if } x_i = 0 \\ kx_i, & \text{if } x_i = 1 \text{ or } 2 \\ k(5 - x_i), & \text{if } x_i = 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (i) Find the value of k .
- (ii) Find : $P(X = 2)$, $P(X \geq 2)$ and $P(X \leq 2)$.





30. एक परीक्षा में 2000 विद्यार्थियों ने भाग लिया। उनके द्वारा प्राप्त किए गए अंकों का बंटन प्रसामान्य (normal) है जिसका माध्य 30 तथा मानक विचलन 6.25 है। कितने विद्यार्थियों का निम्न अंक लेने का अनुमान है :

(i) 20 और 40 के बीच

(ii) 25 से कम

$$[P(0 \leq z \leq 1.6) = 0.4452, P(0 \leq z \leq 0.8) = 0.2881 \text{ लीजिए}]$$

31. किसी शहर के एक क्षेत्र के 18 विद्यार्थियों के एक समूह के IQ's का माध्य 95 पाया गया, तथा मानक विचलन 10 पाया गया, जबकि शहर के एक अन्य क्षेत्र के 12 विद्यार्थियों के समूह के IQ's का माध्य 100 पाया गया तथा जिनका मानक विचलन 8 था। टैस्ट कीजिए कि क्या इन दो विद्यार्थियों के समूहों के IQ's में, 1% सार्थकता के स्तर पर, सार्थक अंतर है। $[t_{28}(0.01) = 2.763 \text{ लीजिए}]$

खण्ड-घ

इस खंड में दीर्घ उत्तर (LA) प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के 5 अंक हैं।

32. (a) ज्ञात कीजिए कि x के किन मानों के लिए, फलन $f(x) = x^4 - \frac{x^3}{3}$ निरंतर वर्धमान या निरंतर हासमान है।

अथवा

(b) एक फर्म के कुल लागत फलन तथा माँग फलन

$$C(x) = \frac{x^3}{3} - 7x^2 + 111x + 50 \text{ तथा } x = 100 - p$$

द्वारा प्रदत्त हैं।

(i) x के पदों में कुल राजस्व फलन ज्ञात कीजिए।

(ii) x के पदों में कुल लाभ फलन P ज्ञात कीजिए।

(iii) अधिकतम लाभ वाला x का मान ज्ञात कीजिए।

(iv) रुपए को मुद्रा की इकाई लेकर अधिकतम लाभ क्या है ?





30. 2000 students appeared in an examination. Distribution of marks is assumed to be normal with mean 30 and standard deviation 6.25. How many students are expected to get marks
- between 20 and 40 ?
 - less than 25 ?

[Use : $P(0 \leq z \leq 1.6) = 0.4452$, $P(0 \leq z \leq 0.8) = 0.2881$]

31. The mean of IQs of a group of 18 students from one area of a city was found to be 95 with a standard deviation of 10, while the mean of IQs of a group of 12 students from another area of the city was found to be 100 with a standard deviation of 8. Test whether there is a significant difference between the IQs of two groups of students at 1% level of significance. [Use : $t_{28}(0.01) = 2.763$]

SECTION D

This section comprises long answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. (a) Determine for what values of x , the function $f(x) = x^4 - \frac{x^3}{3}$ is strictly increasing or strictly decreasing.

OR

- (b) A firm has the following total cost and demand functions :

$$C(x) = \frac{x^3}{3} - 7x^2 + 111x + 50 \text{ and } x = 100 - p$$

- Find the total revenue function in terms of x .
- Find the total profit function P in terms of x .
- Find the profit maximizing level of output of x .
- What is the maximum profit, taking rupee as a unit of money ?





33. (a) एक कंपनी ने ₹ 1,00,000 के ऋण के लिए ऋणशोधन निधि (sinking fund) का निर्माण किया जो 4 वर्ष में पूरा होता है। इस निधि के लिए योगदान वर्ष के अन्त में करना होता है। प्रत्येक वार्षिक योगदान की राशि ज्ञात कीजिए जबकि ब्याज की दर 18% वार्षिक है।
[(1.18)⁴ = 1.9388 लीजिए]

अथवा

- (b) एक फर्म ने एक मशीनरी ₹ 7,40,000 में 1 अप्रैल, 2020 को खरीदी तथा इसके लगाने पर ₹ 60,000 खर्च किए। इसकी लाभप्रद आयु 5 वर्ष अनुमानित की गई है। 5 वर्ष के अन्त में इसका अवशिष्ट मूल्य ₹ 40,000 अनुमानित है। वार्षिक अवमूल्यन (मूल्यहास) राशि तथा अवमूल्यन (मूल्यहास) की दर ज्ञात कीजिए।

34. एक व्यक्ति ₹ 10,00,000 का गृह ऋण 6% वार्षिक दर पर लेता है जबकि ब्याज मासिक संयोजन होता है। उसने उस ऋण को 15 वर्षों में समान मासिक किश्तों में चुकाने का निर्णय लिया। उसकी ई.एम.आई. (EMI) निम्न विधि से ज्ञात कीजिए :

- (i) समान दर विधि से,
(ii) घटते बकाया विधि से।

[दिया है : $(1.005)^{-180} = 0.4074824$]

35. एक लाइब्रेरी को एक शेल्फ पर दो भिन्न प्रकार की पुस्तकों को रखना है। यह पुस्तकें प्रत्येक क्रमशः 6 cm तथा 4 cm मोटी हैं तथा प्रत्येक का भार क्रमशः 1 kg तथा $1\frac{1}{2}$ kg है। शेल्फ 96 cm लंबा है तथा अधिकतम 21 kg भार सहन कर सकता है। शेल्फ पर अधिकतम पुस्तकें आ जाएँ उसके लिए दोनों प्रकार की पुस्तकों को शेल्फ पर किस प्रकार रखा जाए ? उसे एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए तथा आलेख द्वारा हल कीजिए।





33. (a) A company establishes a sinking fund to provide for the payment of ₹ 1,00,000 debt, maturing in 4 years. Contributions to the fund are to be made at the end of year. Find the amount of each annual deposit if interest is 18% per annum. [Use $(1.18)^4 = 1.9388$]

OR

- (b) A firm bought a machinery for ₹ 7,40,000 on 1st April, 2020 and ₹ 60,000 is spent on its installation. Its useful life is estimated to be of 5 years. Its scrap value at the end of 5 years is estimated to be ₹ 40,000. Find the amount of annual depreciation and the rate of depreciation.

34. A person takes a housing loan worth ₹ 10,00,000 at an interest rate of 6% p.a compounded monthly. He decided to repay the loan by equal monthly instalments in 15 years. Calculate the EMI, using

- (i) flat rate method,
(ii) reducing balance method.

[Given : $(1.005)^{-180} = 0.4074824$]

35. A library has to accommodate two different types of books on a shelf. The books are each 6 cm and 4 cm thick and each weighs 1 kg and $1\frac{1}{2}$ kg respectively. The shelf is 96 cm long and can support a weight of atmost 21 kg. How should the shelf be filled with the books of two types in order to include the greatest number of books ? Formulate it as an L.P.P and so solve it graphically.





खण्ड ई

इस खंड में 3 प्रश्न हैं जो कि प्रकरण अध्ययन आधारित हैं। प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं।

प्रकरण अध्ययन-1

36. एक विद्यालय से नैतिक मूल्यों के आधार पर पुरस्कार देने के लिए 10 विद्यार्थियों को चुना गया तथा उन्हें तीन वर्गों में बाँटा गया। पहले वर्ग में सख्त मेहनत करने वालों को रखा गया, दूसरे वर्ग में ईमानदार तथा कानून को मानने वालों को रखा गया तथा तीसरे वर्ग में सतर्क तथा आज्ञाकारी विद्यार्थियों को रखा गया। पहले वर्ग के विद्यार्थियों की संख्या के दुगुने को दूसरे वर्ग के विद्यार्थियों की संख्या में जोड़ने पर 13 प्राप्त होता है जबकि पहले तथा दूसरे वर्गों की कुल संख्या, तीसरे वर्ग की संख्या के चार गुने के बराबर है। पहले, दूसरे तथा तीसरे वर्ग में विद्यार्थियों की संख्या क्रमशः x , y तथा z ली गई हैं।

उपरोक्त के आधार पर निम्न के उत्तर दीजिए :

- (a) उपरोक्त से लिखे जा सकने वाले रैखिक समीकरण निकाय को लिखिए। 1
- (b) गुणांकों का आव्यूह (A) लिखिए। 1
- (c) (i) आव्यूह A के अवयवों के सहखंडों का आव्यूह लिखिए। 2

अथवा

- (c) (ii) प्रत्येक वर्ग में विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए। 2

प्रकरण अध्ययन-2

37. एक कंपनी यह नोट करती है कि किसी विशेष उत्पाद जो यह कम्पनी बनाती है की बिक्री अधिकतम होती है जब उसका लिए जाने वाला मूल्य कम कर दिया जाए। परिणामस्वरूप, बिक्री से प्राप्त राजस्व शुरू में बढ़ता है जब बिकने वाले उत्पाद की संख्या बढ़ती है, यह एक उच्चतम बिंदु पर पहुँचता है तथा फिर गिरता है। राजस्व का पैटर्न $y = 40,00,000 - (x - 2000)^2$ द्वारा दर्शाया जा सकता है, जहाँ y कुल राजस्व है तथा x बिकने वाले उत्पादन की इकाइयाँ दर्शाता है।

उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (a) ज्ञात कीजिए कि उत्पाद की कितनी इकाइयाँ बेचने पर अधिकतम राजस्व प्राप्त होता है। 2
- (b) इस अधिकतम राजस्व की राशि कितनी है? 1
- (c) 2500 इकाइयाँ बेचने पर कितना राजस्व प्राप्त होगा? 1





SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. 10 students were selected from a school on the basis of values for giving awards and were divided into three groups. The first group comprises hard workers, the second group has honest and law abiding students, and the third group contains vigilant and obedient students. Double the number of students of the first group added to the number in the second group gives 13, while the combined strength of the first and the second group is four times that of the third group. Assume that x , y and z denote the number of students in first, second and third group respectively.

Based on the above information, answer the following questions :

- (a) Write the system of linear equations that can be formulated from the above described situation. 1
- (b) Write the coefficient matrix, say A . 1
- (c) (i) Write the matrix of cofactors of every element of matrix A . 2

OR

- (c) (ii) Determine the number of students of each group. 2

Case Study – 2

37. A company notes that higher sales of a particular item, which it produced, is achieved by lowering the price charged. As a result, the total revenue from the sales at first rises as the number of units sold increases, reaches the highest point, and then falls off. The pattern of revenue is described by the relation $y = 40,00,000 - (x - 2000)^2$, where y is the total revenue and x is the number of units sold.

Based on the above information, answer the following questions :

- (a) Find what number of units sold maximizes total revenue. 2
- (b) What is the amount of this maximum revenue ? 1
- (c) What would be the total revenue if 2500 units were sold ? 1





प्रकरण अध्ययन-3

38. निम्न आँकड़े, उन ग्रामीण, शहरी तथा उप-शहरी भारतीयों की प्रतिशतता दर्शाते हैं जिनके पास घर पर उच्च स्पीड का इंटरनेट का कनेक्शन है।

वर्ष	ग्रामीण	शहरी	उप-शहरी
2016	3	9	9
2017	6	18	17
2018	9	21	23
2019	16	29	29
2020	24	38	40

उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (a) ग्रामीण विद्यार्थियों के लिए, न्यूनतम वर्गों वाली विधि से सरल-रेखा ट्रेंड ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

- शहरी भारतीयों के लिए, न्यूनतम वर्गों वाली विधि से सरल-रेखा ट्रेंड ज्ञात कीजिए। 2
- (b) ट्रेंड समीकरण के प्रयोग से वर्ष 2021 के लिए शहरी वर्ग के लिए भविष्यवाणी क्या है ? 1
- (c) ट्रेंड समीकरण के प्रयोग से वर्ष 2021 के लिए ग्रामीण वर्ग के लिए भविष्यवाणी क्या है ? 1





Case Study – 3

38. The following data shows the percentage of rural, urban and sub-urban Indians who have high speed internet connection at home.

Year	Rural	Urban	Sub-urban
2016	3	9	9
2017	6	18	17
2018	9	21	23
2019	16	29	29
2020	24	38	40

Based on the above information, answer the following questions :

- (a) Derive straight-line trend by the method of least squares for the rural students. 2

OR

- (a) Derive straight-line trend by the method of least squares for the urban Indians. 2
- (b) What is the forecast for the year 2021 for urban group using trend equation ? 1
- (c) What is the forecast for the year 2021 for rural group using trend equation ? 1

